**Теория Вероятностей. Домашнее задание №2**

**Барсуков Максим, P3215, ИДЗ-19.1, Вариант 2**

**Дано:**

В результате эксперимента получены данные, записанные в виде статистического ряда:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 16.8 | 17.9 | 21.4 | 14.1 | 19.1 | 18.1 | 15.1 | 18.2 | 20.3 | 16.7 |
| 19.5 | 18.5 | 22.5 | 18.4 | 16.2 | 18.3 | 19.1 | 21.4 | 14.5 | 16.1 |
| 21.5 | 14.9 | 18.6 | 20.4 | 15.2 | 18.5 | 17.1 | 22.4 | 20.8 | 19.8 |
| 17.2 | 19.7 | 16.3 | 18.7 | 14.4 | 18.8 | 19.5 | 21.6 | 15.3 | 17.3 |
| 22.8 | 17.4 | 22.2 | 16.5 | 21.7 | 15.4 | 21.3 | 14.3 | 20.5 | 16.4 |
| 20.6 | 15.5 | 19.4 | 17.5 | 20.9 | 23.0 | 18.9 | 15.9 | 18.2 | 20.7 |
| 17.9 | 21.8 | 14.2 | 21.2 | 16.1 | 18.4 | 17.5 | 19.3 | 22.7 | 19.6 |
| 22.1 | 17.6 | 16.7 | 20.4 | 15.7 | 18.1 | 16.6 | 18.3 | 15.5 | 17.7 |
| 19.2 | 14.8 | 19.7 | 17.7 | 16.5 | 17.8 | 18.5 | 14.0 | 21.9 | 16.9 |
| 15.8 | 20.8 | 17.1 | 20.1 | 22.6 | 18.9 | 15.6 | 21.1 | 20.2 | 15.1 |

**Решение:**

**а)** Располагаем значения результатов эксперимента в порядке возрастания, т.е. записываем вариационный ряд:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 14.0 | 14.1 | 14.2 | 14.3 | 14.4 | 14.5 | 14.8 | 14.9 | 15.1 | 15.1 |
| 15.2 | 15.3 | 15.4 | 15.5 | 15.5 | 15.6 | 15.7 | 15.8 | 15.9 | 16.1 |
| 16.1 | 16.2 | 16.3 | 16.4 | 16.5 | 16.5 | 16.6 | 16.7 | 16.7 | 16.8 |
| 16.9 | 17.1 | 17.1 | 17.2 | 17.3 | 17.4 | 17.5 | 17.5 | 17.6 | 17.7 |
| 17.7 | 17.8 | 17.9 | 17.9 | 18.1 | 18.1 | 18.2 | 18.2 | 18.3 | 18.3 |
| 18.4 | 18.4 | 18.5 | 18.5 | 18.5 | 18.6 | 18.7 | 18.8 | 18.9 | 18.9 |
| 19.1 | 19.1 | 19.2 | 19.3 | 19.4 | 19.5 | 19.5 | 19.6 | 19.7 | 19.7 |
| 19.8 | 20.1 | 20.2 | 20.3 | 20.4 | 20.4 | 20.5 | 20.6 | 20.7 | 20.8 |
| 20.8 | 20.9 | 21.1 | 21.2 | 21.3 | 21.4 | 21.4 | 21.5 | 21.6 | 21.7 |
| 21.8 | 21.9 | 22.1 | 22.2 | 22.4 | 22.5 | 22.6 | 22.7 | 22.8 | 23.0 |

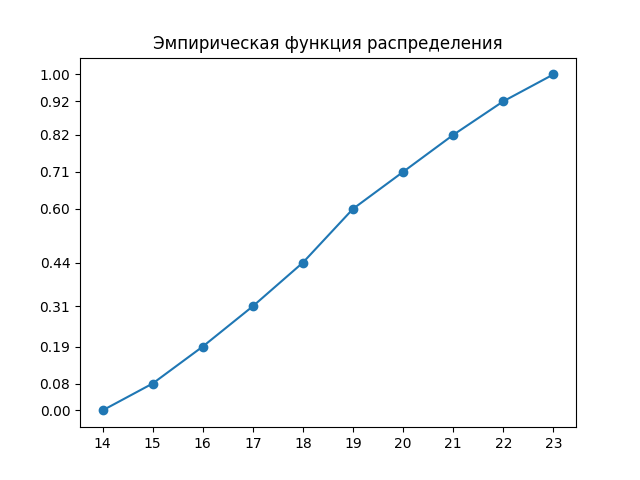
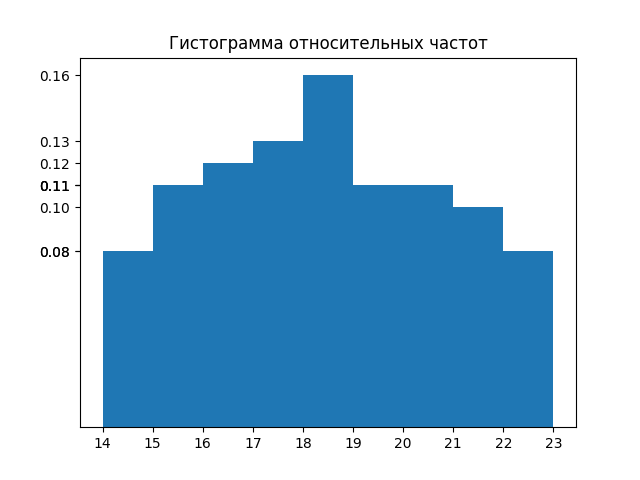
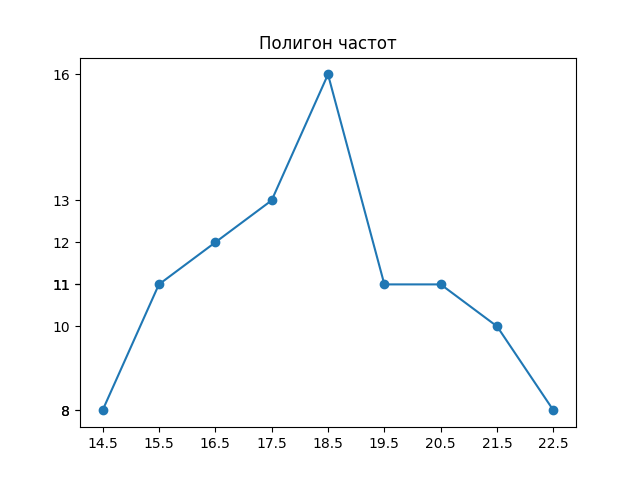
**б)** Находим размах варьирования:

Выборку разобьём на 9 интервалов. Длина частичного интервала:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер частичного интервала | Границы интервала | Середина интервала | Частота интервала | Относительная частота | Плотность относительной частоты |
| 1 |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |
| 6 |  |  |  |  |  |
| 7 |  |  |  |  |  |
| 8 |  |  |  |  |  |
| 9 |  |  |  |  |  |
|  | – | – | 100 | 1 | – |

**в)** Строим полигон частот, гистограмму относительных частот и график эмпирической функции распределения.

Находим значения эмпирической функции распределения



**г)** Находим выборочное среднее и выборочную дисперсию:

Расчетная таблица:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Границы интервала | Середина интервала | Частота интервала |  |  |  |
| 1 |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |
| 6 |  |  |  |  |  |  |
| 7 |  |  |  |  |  |  |
| 8 |  |  |  |  |  |  |
| 9 |  |  |  |  |  |  |
|  | – | – | 100 | 1843 | – | 34 527 |

Выборочная дисперсия является *смещенной оценкой* генеральной дисперсии, а исправленная дисперсия – *несмещенной оценкой*:

**д)** Согласно критерию Пирсона, необходимо сравнить эмпирические и теоретические частоты. Эмпирические частоты даны. Найдем теоретические частоты. Для этого пронумеруем , т. е. перейдем к СВ и вычислим концы интервалов и , причем наименьшее значение , т.е. , положим стремящимся к , а наибольшее, т. е. к . Результаты занесем в таблицу. Все, значит объединять интервалы не требуется.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Границы интервала | |  |  | Границы интервала | |
|  |  |  |  |
| 1 |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |
| 6 |  |  |  |  |  |  |
| 7 |  |  |  |  |  |  |
| 8 |  |  |  |  |  |  |
| 9 |  |  |  |  |  |  |

Находим теоретические вероятности и теоретические частоты . Составляем расчетную таблицу.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Границы интервала | |  |  |  |  |
|  |  |
| 1 |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |
| 6 |  |  |  |  |  |  |
| 7 |  |  |  |  |  |  |
| 8 |  |  |  |  |  |  |
| 9 |  |  |  |  |  |  |
|  | – | – | – | – | 1 | 100 |

Вычислим наблюдаемое значение критерия Пирсона. Для этого составим расчетную таблицу. Последние два столбца служат для контроля вычисления по формуле:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 |  | 7,4682 | 0,5318 | 0,28281124 | 0,037868729 | 64 | 8,569668729 |
| 2 |  | 7,8842 | 3,1158 | 9,70820964 | 1,231349996 | 121 | 15,34715 |
| 3 |  | 12,0365 | -0,0365 | 0,00133225 | 0,000110684 | 144 | 11,96361068 |
| 4 |  | 15,43936 | -2,43936 | 5,95047721 | 0,385409577 | 169 | 10,94604958 |
| 5 |  | 16,63958 | -0,63958 | 0,409062576 | 0,024583708 | 256 | 15,38500371 |
| 6 |  | 15,06756 | -4,06756 | 16,54504435 | 1,098057307 | 121 | 8,030497307 |
| 7 |  | 11,4639 | -0,4639 | 0,21520321 | 0,018772251 | 121 | 10,55487225 |
| 8 |  | 7,3281 | 2,6719 | 7,13904961 | 0,974201991 | 100 | 13,64610199 |
| 9 |  | 6,6726 | 1,3274 | 1,76199076 | 0,264063597 | 64 | 9,591463597 |
|  | 100 | 100 | – | – |  | – |  |

Контроль: .

По таблице критических точек распределения , уровню значимости и числу степеней свободы находим:

Так как , то гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности принимается.

**е)** Если СВ X генеральной совокупности распределена нормально, то с надежность можно утверждать, что математическое ожидание СВ X покрывается доверительным интервалом

точность оценки.

В нашем случае

Доверительным интервалом для α будет .

Доверительный интервал, покрывающий среднее квадратичное отклонение с заданной надежностью .

При и имеем: . Доверительным интервалом для будет .